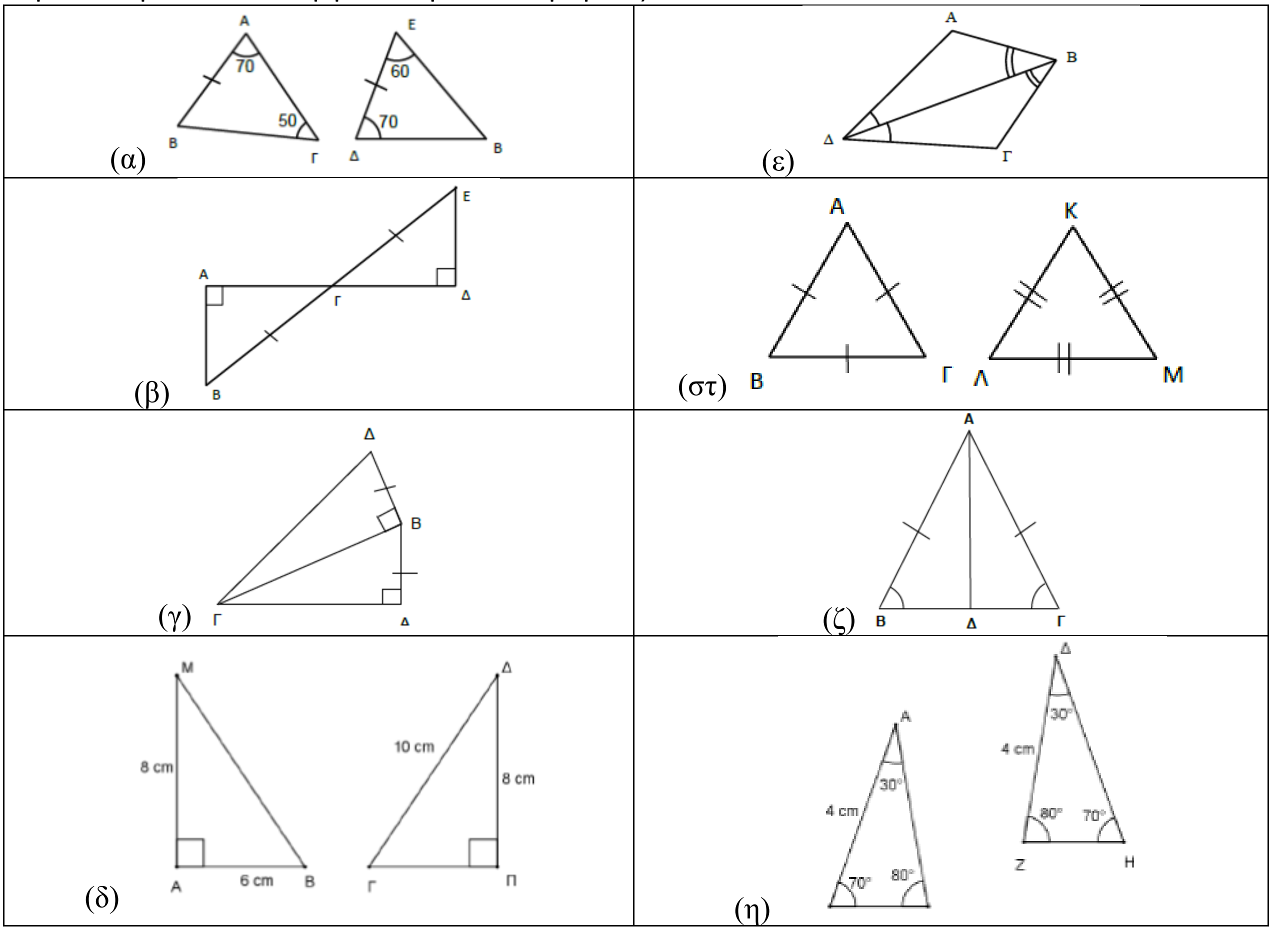
ΤΣΙΡΕΙΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ **ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2019-2020**

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

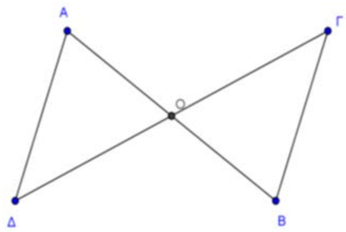
ΕΝΟΤΗΤΑ 3: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

- Ανισοτικές σχέσεις στα τρίγωνα
- Ίσα σχήματα - Ισότητα τριγώνων
- Κριτήρια ισότητας τριγώνων
- Κριτήρια ισότητα ορθογώνιων τριγώνων

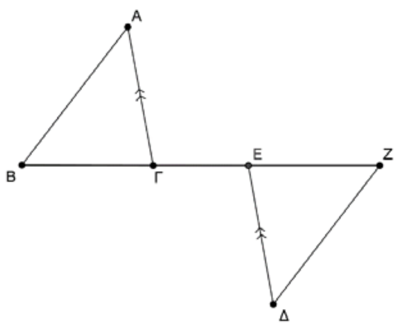
1. Από τα στοιχεία που δίνονται, να εξετάσετε αν είναι ίσα τα πιο κάτω ζεύγη τριγώνων. Σε κάθε περίπτωση να δικαιολογήσετε την απάντηση σας.



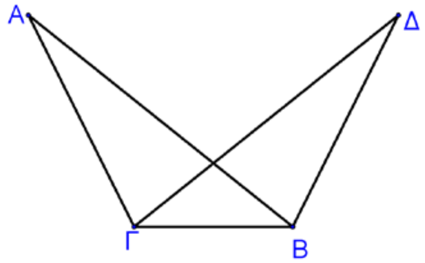
2. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων και ορθογωνίων τριγώνων.
3. Να γράψετε πότε δύο επίπεδα σχήματα είναι όμοια.
4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Προεκτείνουμε τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ προς το μέρος του Α κατά τμήματα ΑΔ και ΑΕ ίσα με τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι ΔΕ=//ΒΓ.
5. Στο σχήμα το Ο είναι μέσο του ΑΒ και ΟΓ = ΓΔ. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΟΔ και ΒΟΓ είναι ίσα.



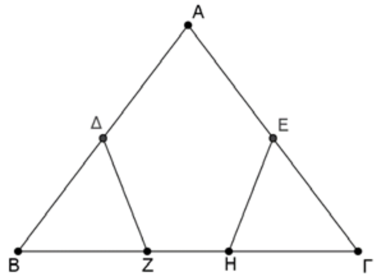
6. Στο σχήμα ισχύει ότι: ΑΓ//ΕΔ, ΒΕ = ΖΓ και ΑΓ = ΔΕ.
Να αποδείξετε ότι οι γωνίες Α και Δ είναι ίσες.



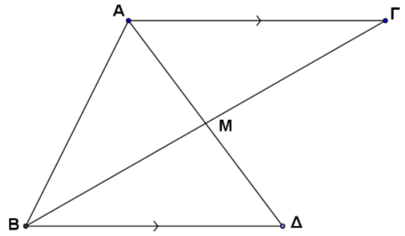
7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Αν Ε τυχαίο σημείο της διχοτόμου ΑΔ, να αποδείξετε ότι:
   (α) οι αποστάσεις ΕΖ και ΕΗ από τις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα είναι ίσες.
   (β) τα τρίγωνα ΒΖΕ και ΓΗΕ είναι ίσα.
8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Από τα μέσα Δ και Ε των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, φέρουμε ΔΖ και ΕΗ κάθετες στην βάση ΒΓ. Να δείξετε ότι ΔΖ = ΕΗ.
9. Στο σχήμα τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΒΓ είναι ίσα. Να δείξετε ότι οι αποστάσεις των κορυφών Α και Δ από τη ΒΓ είναι ίσες. **(Να κάνετε πίνακα με δεδομένα-ζητούμενα και να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας).**

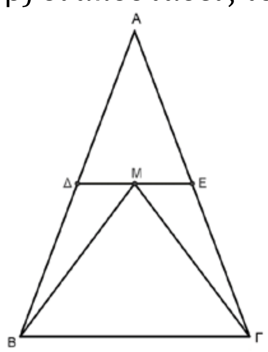


10. Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) του διπλανού σχήματος, το σημείο Δ είναι το μέσο της ΑΒ και το σημείο Ε το μέσο της ΑΓ. Αν Ζ και Η είναι σημεία πάνω στην πλευρά ΒΓ, έτσι ώστε ΒΖ = ΓΗ, να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΔΒΖ και ΕΓΗ είναι ίσα.

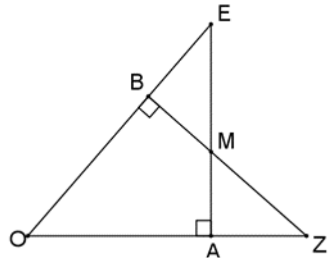


11. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\widehat{\mathbf{A}} = \mathbf{90^o}$), φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας $\widehat{\mathbf{B}}$, η οποία τέμνει την πλευρά ΑΓ στο Δ. Από το Δ φέρουμε κάθετη ΔΕ στην πλευρά ΒΓ (Ε σημείο στη ΒΓ). Να δείξετε ότι ΑΒ = ΒΕ.
12. Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ. Οι διάμεσοι του ΒΔ και ΓΕ τέμνονται στο Κ. Να αποδείξετε ότι ΒΔ = ΓΕ και ότι το τρίγωνο ΒΚΓ είναι ισοσκελές.
13. Στο διπλανό σχήμα, το Μ είναι το μέσο της ΒΓ και ΑΓ//ΒΔ.
    Να δείξετε ότι ΑΜ = ΜΔ.



14. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Στις πλευρές ΑΓ και ΒΓ παίρνουμε τμήματα ΓΔ και ΓΕ αντίστοιχα, έτσι ώστε ΓΔ = ΓΕ. Αν Ζ είναι τυχόν σημείο της διχοτόμου ΓΗ να δείξετε ότι:
    α) το τρίγωνο ΖΔΕ είναι ισοσκελές και
    β) οι αποστάσεις του σημείου Ζ από τις πλευρές ΑΓ και ΒΓ είναι ίσες.
15. 

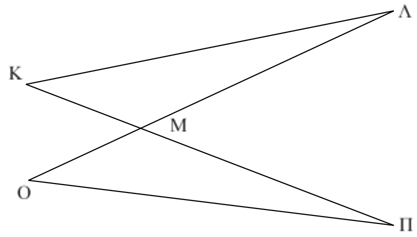
    Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ). Τα σημεία Δ, Ε, και Μ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΑΓ και ΔΕ αντίστοιχα.
    Να αποδείξετε ότι:
    α) Το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.
    β) Τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΜΕΓ είναι ίσα.
    (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)
16. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $\mathrm{OB} = \mathrm{OA}$ και $\widehat{\mathrm{B}} = \widehat{\mathrm{A}} = 90°$.
    Να δείξετε ότι $\mathrm{BE} = \mathrm{AZ}$.



17. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ(ΑΒ = ΑΓ). Να δείξετε ότι τα ύψη ΒΔ και ΓΕ είναι ίσα.
18. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ(ΑΒ = ΑΓ). Να δείξετε ότι οι διάμεσοι ΒΔ και ΓΕ είναι ίσες.

19. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Στις πλευρές ΑΒ και ΒΓ παίρνουμε δύο σημεία Δ και Ε αντίστοιχα έτσι ώστε ΒΔ=ΒΕ. Αν Ζ τυχαίο σημείο της διχοτόμου ΒΗ να δείξετε ότι:
    I. Τα τρίγωνα ΒΔΖ και ΒΕΖ είναι ίσα,
    II. Το τρίγωνο ΔΕΖ είναι ισοσκελές.

20. Στο σχήμα ισχύει ότι ΚΜ = ΟΜ και ΛΜ = ΜΠ.
(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΚΛΜ και ΜΠΟ είναι ίσα.
(β) Να δείξετε ότι οι αποστάσεις του σημείου Μ από τις πλευρές ΚΛ και ΟΠ είναι ίσες.
(γ) Αν οι προεκτάσεις των ΚΛ και ΟΠ προς τα Κ και Ο αντίστοιχα τέμνονται στο Ρ, να δείξετε ότι το τρίγωνο ΠΡΛ είναι ισοσκελές.



21. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ και ΑΔ διχοτόμος της γωνίας Α. (Δ σημείο τομής με την ΒΓ) Προεκτείνουμε την ΑΔ κατά τμήμα ΔΖ = ΑΔ. Στην πλευρά ΒΓ παίρνουμε σημείο Η έτσι ώστε το Δ να είναι μέσο της ΒΗ. Αν η ευθεία ΖΗ τέμνει την ΑΓ στο Μ, να δείξετε ότι:
α) τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΔΖΗ είναι ίσα.
β) το τρίγωνο ΑΜΖ είναι ισοσκελές.

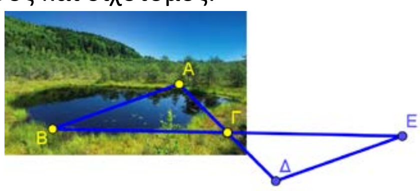
22. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ). Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ προς το Β και προς το Γ κατά τμήματα ΒΖ = ΓΗ αντίστοιχα. Πάνω στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ παίρνουμε σημεία Δ και Ε αντίστοιχα έτσι ώστε ΑΔ = ΑΕ. Να δείξετε ότι:
α) τα τρίγωνα ΔΒΖ και ΕΓΗ είναι ίσα
β) οι αποστάσεις των σημείων Δ και Ε από την πλευρά ΒΓ είναι ίσες.

23. Να κυκλώσετε το γράμμα Σ, αν ο ισχυρισμός είναι αληθής και το γράμμα Λ, αν είναι ψευδής.

α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα .	Σ	Λ
β) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.	Σ	Λ
γ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, και έχουν μια γωνία αντίστοιχα ίση τότε απαραίτητα θα είναι ίσα.	Σ	Λ
δ) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μια οξεία γωνία τους ίση μία προς μία, και έχουν μια κάθετη πλευρά τους αντίστοιχα ίση τότε απαραίτητα θα είναι ίσα.	Σ	Λ
ε) Δυο τρίγωνα με ίσες περιμέτρους είναι ίσα.	Σ	Λ
στ) Δυο ορθογώνια τρίγωνα με δυο πλευρές ίσες μια προς μια είναι ίσα.	Σ	Λ

24. Να δείξετε ότι σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ η διάμεσος ΑΔ είναι ύψος και διχοτόμος.

25. Προκειμένου ένας τοπογράφος να μετρήσει το πλάτος μιας λίμνης, τοποθέτησε δύο δείκτες (σημεία) Α και Β στις όχθες της λίμνης και ένα τρίτο δείκτη (σημείο) Γ στη ξηρά, ώστε να μπορεί να μετρήσει τις αποστάσεις ΓΑ και ΓΒ. Κατόπιν, στην προέκταση των ημιευθειών ΑΓ και ΒΓ πήρε τα ευθύγραμμα τμήματα ΓΔ = ΓΑ και ΓΕ = ΓΒ. Ο τοπογράφος μέτρησε την απόσταση των ΔΕ και ισχυρίστηκε ότι είναι ίση με το πλάτος ΑΒ της λίμνης. Να δικαιολογήσετε γιατί ο ισχυρισμός του τοπογράφου είναι σωστός.

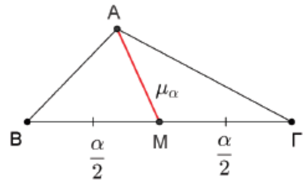


26. Να διατυπώσετε τις ανισοτικές σχέσεις στο τρίγωνο.

27. Να εξετάσετε αν είναι δυνατών να κατασκευαστούν τρίγωνα με πλευρές:
(α) 3m, 7m και 4m (β) 12m, 9m και 11m (γ) 6m, 2m και 3m (δ) 17m, 12m και 5m

28. Έστω κύκλος (Ο,R) διαμέτρου ΑΒ και σημείο Σ της ημιευθείας ΟΑ. Για κάθε σημείο Μ του κύκλου να αποδειχθεί ότι ΣΑ ≤ ΣΜ ≤ ΣΒ.

29. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\mu_\alpha < \dfrac{\alpha}{2}$, να αποδείξετε ότι $\hat{\mathrm{A}} > \hat{\mathrm{B}} + \hat{\Gamma}$.



30. Αν Μ είναι ένα εσωτερικό σημείο ενός τριγώνου ΑΒΓ, να αποδειχθεί ότι: $\hat{\mathrm{A}} < \hat{\mathrm{M}}$