ΤΣΙΡΕΙΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2019 - 2020

ΛΥΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΚΑΘΗΓΗΤΕΣ: Ελένη Παπαβασιλείου, Πέτρος Ορφανός, Ηρακλής Αριστείδου,
Χρηστάκης Γεωργίου, Μαργαρίτα Εγκωμίτη.

Αγαπητοί μας μαθητές, ευχόμαστε να είστε όλοι καλά. Ελπίζουμε να κάνατε την επανάληψη της 1ης ενότητας, όπως είπαμε και να αρχίσατε να λύνετε τις ασκήσεις που σας δώσαμε.
Η προσπάθεια μετρά. Για να σας βοηθήσουμε, σας δίνουμε και τις λύσεις για να τις διορθώσετε.

ΕΝΟΤΗΤΑ 1 : ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

1) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις :

α) $(+4)^2 = +16$

β) $(+3)^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

γ) $(-5)^{-2} = \left(-\frac{1}{5}\right)^2 = +\frac{1}{25}$

δ) $7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$

ε) $(-1)^{-8} = (-1)^8 = 1$

στ) $(9-8)^{-5} = (1)^{-5} = 1^5 = 1$

ζ) $(-1)^{-13} = (-1)^{13} = -1$

η) $-2^{-4} = -\left(\frac{1}{2}\right)^4 = -\frac{1}{16}$

θ) $-(-6)^{-2} = -\left(-\frac{1}{6}\right)^2 = -\frac{1}{36}$

ι) $\left(+\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$

κ) $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} = (-4)^3 = -64$

λ) $\left(-\frac{1}{5}\right)^{-2} = (-5)^2 = 25$

μ) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$

ν) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-2} = \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$

ξ) $\frac{21^3}{7^3} = \left(\frac{21}{7}\right)^3 = 3^3 = 27$

ο) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{6}-\frac{2}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} = 6^2 = 36$

π) $\left(-\frac{2}{5}\right)^0 = 1$

ρ) $\left(-\frac{1}{8}\right)^{-1} = (-8)^1 = -8$

2) Να γράψετε τις παραστάσεις σε μορφή μιας δύναμης:

α) $(-3)^4 \cdot (-3) \cdot (-3)^5 = (-3)^{10}$

β) $(-7)^4 \cdot (+7)^5 \cdot (7) = (+7)^4 \cdot (+7)^5 \cdot (7) = (+7)^{10}$

γ) $\beta^8 \div \beta^5 = \beta^3$

δ) $(-5)^4 \div (-5)^7 = (-5)^{-3}$

ε) $\left(\alpha^3 \right)^{-5} = \alpha^{-15}$

στ) $\left(3^{-5} \right)^4 = 3^{-20}$

ζ) $\left(\alpha^3 \,.\, \beta^{-5} .\, \gamma^2 \right)^4 = \alpha^{12} \cdot \beta^{-20} \cdot \gamma^8$

η) $(-7)^3 \div \left(-\frac{1}{7}\right)^5 = (-7)^3 \div (-7)^{-5} = (-7)^8$

θ) $\left[\chi^4 \cdot \left(\chi^3\right)^{-2} \right] \div \chi^5 = \left[\chi^4 \cdot \chi^{-6} \right] \div \chi^5 = \chi^{-2} \div \chi^5 = \chi^{-7}$

ι) $\dfrac{(-125)^3 \cdot 15^6}{3^6} = \dfrac{\left(-5^3\right)^3 \cdot (\,5 \cdot 3\,)^6}{3^6} = \dfrac{(-5)^9 \cdot 5^6 \cdot \cancel{3^6}}{\cancel{3^6}} = (-5)^9 \cdot 5^4 = 5^9 \cdot 5^4 = 5^{13}$

κ) $\left(7^4\right)^3 \cdot \dfrac{1}{7^2} \div 7^{-1} = 7^{12} \cdot 7^{-2} \div 7^{-1} = 7^{10} \div 7^{-1} = 7^{11}$

λ) $(-8) \cdot 16 \cdot 4^3 = (-2)^3 \cdot 2^4 \cdot \left(2^2\right)^3 = (-2)^3 \cdot 2^4 \cdot 2^6 = (-2)^3 \cdot (-2)^4 \cdot (-2)^6 = (-2)^{13}$

μ) $9 \cdot 3^{-1} \cdot 27 + 2\left(3^2\right)^2 = 3^2 \cdot 3^{-1} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^4 = 3^4 + 2 \cdot 3^4 = 3 \cdot 3^4 = 3^5$

ν) $9 \cdot 7^5 \cdot 7^3 - 7^6 : 7^{-2} - 2 \cdot 7^{14} : \left(7^2\right)^3 + 7^{10} \,.\, \dfrac{1}{7^2} = 9 \cdot 7^8 - 7^8 - 2 \cdot 7^{14} \div 7^6 + 7^{10} \cdot 7^{-2} =$

$= 9 \cdot 7^8 - 7^8 - 2 \cdot 7^8 + 7^8 = 7 \cdot 7^8 = 7^9$

ξ) $3^{-9}\cdot 27+10\cdot 3^{-4}\div 3^{2}-2\cdot\left(3^{2}\right)^{-3}=3^{-9}\cdot 3^{3}+10\cdot 3^{-4}\div 3^{2}-2\cdot 3^{-6}=$

$=3^{-6}+10\cdot 3^{-6}-2\cdot 3^{-6}=9\cdot 3^{-6}=3^{2}\cdot 3^{-6}=3^{-4}$

π) $\frac{(-8)^5}{4^5}\cdot\frac{(-10)^5}{5^5}\cdot\frac{6^5}{(-3)^5}=\left(\frac{-8}{4}\right)^5\cdot\left(\frac{-10}{5}\right)^5\cdot\left(\frac{6}{-3}\right)^5=(-2)^5\cdot(-2)^5\cdot(-2)^5=(-2)^{15}$

3) Να υπολογίσετε την τιμή του χ ώστε να ισχύουν οι ισότητες:

α) $(-4)^{\chi}\cdot(-4)^{7}=(-4)^{5}$

$\chi=-2$

β) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\chi}:\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}=\left(\frac{4}{3}\right)^{4}\Leftrightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^{\chi}:\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}=\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$

$\chi=-8$

γ) $\left(7^{-6}\right)^{\chi}=1$

$\chi=0$

δ) $\left[(-6)^{2}\right]^{\chi}=(-6)^{-8}$

$\chi=-4$

ε) $5^{\chi}\cdot 5^{4}:5^{8}=1$

$\chi=4$

στ) $(-3)^{6}\cdot(-3)^{\chi}=(-\frac{1}{3})^{2}\Leftrightarrow(-3)^{6}\cdot(-3)^{\chi}=(-3)^{-2}$

$\chi=-8$

ζ) $\frac{1}{4}\cdot 2^{\chi}=8\Leftrightarrow 2^{-2}\cdot 2^{\chi}=2^{3}$

$\chi=5$

η) $\left(7^{4}\right)^{3}\cdot\frac{1}{7^{2}}\div 7^{-1}=7^{x}\Leftrightarrow 7^{12}\cdot 7^{-2}\div 7^{-1}=7^{x}$

$\chi=11$

4) Να βρείτε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

α) $\left(8-9\right)^{-4}-11^{0}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)^{-2}=\left(-1\right)^{-4}-11^{0}\cdot\left(-7\right)^{2}=\left(-1\right)^{4}-1\cdot\left(+49\right)=1-49=-48$

β) $(-3)^{88}\div(-3)^{86}-\left(-\frac{3}{5}\right)^{2}\div\left(-\frac{5}{9}\right)^{-1}=(-3)^{2}-\left(\frac{9}{25}\right)\div\left(-\frac{9}{5}\right)^{1}=9-\left(\frac{\cancel{9}}{\cancel{25}}\right)\cdot\left(-\frac{\cancel{5}}{\cancel{9}}\right)=9+\frac{1}{5}=9\frac{1}{5}$

γ) $2^{-2}-(-1)^{5}\div(+2)^{0}-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}-(-1)\div(+1)-(-2)^{3}=\frac{1}{4}+1-(-8)=\frac{1}{4}+1+8=9\frac{1}{4}$

δ) $-2^{4}-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}-8\cdot(-1)^{-6}+\left(-\frac{2}{4}\right)^{0}-\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}=-16-(-2)^{3}-8\cdot(-1)^{6}+1-(5)^{2}=$
$=-16-(-8)-8\cdot(+1)+1-25=-16+8-8+1-25=-40$

ε) $(8-2-3)^{3}\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^{-2}-(13+7^{0}+4):(-6)=3^{3}\cdot\left(\frac{8}{3}\right)^{2}-\left(13+1+4\right)\div\left(-6\right)=$
$=\cancel{27}\cdot\frac{64}{\cancel{9}}-\left(18\right)\div\left(-6\right)=3\cdot64-\left(-3\right)=192+3=195$

στ) $(-2-3)^{2}-3^{-2}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot27+(-4)\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^{0}+9\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}=$
$=\left(-5\right)^{2}-\left(\frac{1}{3}\right)^{2}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot27+\left(-4\right)\cdot1+9\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{3}=25-\frac{1}{\cancel{9}}\cdot\left(-\frac{2}{\cancel{3}}\right)\cdot\cancel{27}-4+\cancel{9}\cdot\frac{8}{\cancel{27}}=$
$=25+2-4+\frac{8}{3}=23+\frac{8}{3}=23+2\frac{2}{3}=25\frac{2}{3}$

ζ) $\sqrt{5^{2}-3^{2}}-\left(8-9\right)^{-4}-11^{0}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)^{-2}=$
$=\sqrt{25-9}-\left(-1\right)^{-4}-1\cdot\left(-7\right)^{2}=$
$=\sqrt{16}-\left(-1\right)^{4}-1\cdot49=4-1-49=-46$

5) Να υπολογίσετε τις ρίζες:

α) $\sqrt{4}=2$ β) $\sqrt{121}=11$ γ) $\sqrt{1}=1$ δ) $\sqrt{0}=0$

ε) $\sqrt[3]{64}=4$ στ) $-\sqrt[3]{8}=-2$ ζ) $-\sqrt{49}=-7$ η) $\left(\sqrt[3]{27}\right)^3=27$

θ) $\sqrt{-16}=$ αδύνατη ι) $-\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{1}{3}$ κ) $\sqrt{17^2}=17$ λ) $\left(\sqrt{6}\right)^2=6$

μ) $\sqrt{(-8)^2}=8$ ν) $-\sqrt{(11)^2}=-11$ ξ) $\sqrt{\frac{49}{144}}=\frac{7}{12}$ ο) $\sqrt{0{,}81}=0{,}9$

π) $\sqrt{0{,}04}=0{,}2$ ρ) $\sqrt{0{,}0064}=0{,}08$ σ) $-\sqrt[3]{7\cdot 7\cdot 7}=-7$ τ) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}=\frac{2}{3}$

υ) $\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ φ) $\left(\sqrt[3]{40+2}\right)^3=40+2=42$ χ) $\sqrt[3]{5^6}=\sqrt[3]{\left(5^2\right)^3}=5^2$

ψ) $\sqrt{25\alpha^2}=5\alpha$ αν $\alpha\geq 0$

6) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

α) $-\sqrt{9}+2\sqrt{4}=-3+2\cdot 2=-3+4=1$ β) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{32}=\sqrt{64}=8$

γ) $\sqrt{36\cdot 64}=6\cdot 8=48$ δ) $2\sqrt{5}\cdot 3\sqrt{5}=6\sqrt{25}=6\cdot 5=30$

ε) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}=\sqrt{16}=4$ στ) $\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[3]{125}=5$ ζ) $\frac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{6}}=\sqrt[3]{8}=2$

η) $\dfrac{\sqrt{6}\cdot\sqrt{12}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{6\cdot 12}{2}} = \sqrt{36} = 6$

θ) $\sqrt{2}.\left(\sqrt{8}+\sqrt{50}\right) = \sqrt{16} + \sqrt{100} = 4 + 10 = 14$

ι) $\sqrt[3]{3\sqrt{81}} = \sqrt[3]{3\cdot 9} = \sqrt[3]{27} = 3$

κ) $\sqrt{81} - \sqrt[3]{64} + 2.\sqrt{144} = 9 - 4 + 2 \cdot 12 = 9 - 4 + 24 = 29$

λ) $\sqrt{33+\sqrt{7+\sqrt{\sqrt{16}}}} = \sqrt{33+\sqrt{7+\sqrt{4}}} = \sqrt{33+\sqrt{7+2}} = \sqrt{33+\sqrt{9}} = \sqrt{33+3} = \sqrt{36} = 6$

μ) $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt{16}} + \sqrt{9}} = \sqrt{\dfrac{4}{4} + 3} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$

ν) $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} - \left(3\sqrt{6}\right)\left(\sqrt{6}\right) = \sqrt{25} - 3\sqrt{36} = 5 - 3\cdot 6 = 5 - 18 = -13$

ξ) $\sqrt[3]{23+\sqrt{18-\sqrt[3]{-7+5\sqrt{9}}}} = \sqrt[3]{23+\sqrt{18-\sqrt[3]{-7+5\cdot 3}}} = \sqrt[3]{23+\sqrt{18-\sqrt[3]{8}}} = \sqrt[3]{23+\sqrt{18-2}}$

$= \sqrt[3]{23+\sqrt{16}} = \sqrt[3]{23+4} = \sqrt[3]{27} = 3$

ο) $(5\cdot\sqrt[3]{16}) : \left(\sqrt[3]{2}\right) = 5\cdot\sqrt[3]{8} = 5\cdot 2 = 10$

π) $\sqrt{2\cdot 24 + 7 : 7 + 15} = \sqrt{48+1+15} = \sqrt{64} = 8$

ρ) $2\sqrt[3]{1000} - \sqrt{2}\cdot\sqrt{8} + 4\sqrt[3]{27} = 2\cdot 10 - \sqrt{16} + 4\cdot 3 = 20 - 4 + 12 = 28$

σ) $\sqrt{\left(\sqrt[3]{30+7}\right)^3 + 3\sqrt{6+\sqrt[3]{1000}}} = \sqrt{30+7+3\sqrt{6+10}} = \sqrt{37+3\sqrt{16}} =$

$= \sqrt{37+3\cdot 4} = \sqrt{37+12} = \sqrt{49} = 7$

τ) $\sqrt[3]{13\cdot 13\cdot 13} + \sqrt{50+50} - \sqrt{(-29)^2} = 13 + \sqrt{100} - 29 = 13 + 10 - 29 = -6$

7) Να γράψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε πιο απλή μορφή:

α) $5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} + \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$

β) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt[3]{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$

γ) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{18} + \sqrt{50}) = \sqrt{36} + \sqrt{100} = 6 + 10 = 16$

δ) $(2 + \sqrt{5}) \cdot (2 - \sqrt{5}) = 4 - \cancel{2\sqrt{5}} + \cancel{2\sqrt{5}} - \sqrt{25} = 4 - 5 = -1$

ε) $\left(\sqrt{80} - \sqrt{20}\right) : \sqrt{5} = \sqrt{16} - \sqrt{4} = 4 - 2 = 2$

στ) $\left(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}\right) \cdot \left(3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}\right) = 9\sqrt{4} + \cancel{6\sqrt{10}} - \cancel{6\sqrt{10}} - 4\sqrt{25} = 9 \cdot 2 - 4 \cdot 5 = 18 - 20 = -2$

8) α) Αν α = 16 και β = 9 να υπολογίσετε:

i) $\sqrt{\alpha} = \sqrt{16} = 4$

ii) $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$

iii) $\sqrt{\alpha + \beta} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$

iv) $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12$

β) Αν α = – 2 και β = 5 να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \alpha^{-2} - \alpha \cdot \beta + 3(\alpha + \beta)^{-1} = (-2)^{-2} - (-2) \cdot 5 + 3(-2 + 5)^{-1} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-10) + 3(+3)^{-1} =$$

$$= \frac{1}{4} + 10 + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{4} + 10 + \cancel{3} \cdot \frac{1}{\cancel{3}} = \frac{1}{4} + 10 + 1 = 11\frac{1}{4}$$

γ) Αν $\chi = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5$, $\psi = 3^2 \cdot 2^{-6} \cdot 5^2$, $\omega = 3^2 \cdot 2$ να γράψετε την πιο κάτω παράσταση σε μορφή δυνάμεων.

$$(\chi.\psi) : \omega^2 = \left(2^3 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 3^2 \cdot 2^{-6} \cdot 5^2\right) \div \left(3^2 \cdot 2\right)^{2.} = \left(2^{-3} \cdot 3^6 \cdot 5^3\right) \div \left(3^4 \cdot 2^2\right) = 2^{-5} \cdot 3^2 \cdot 5^3$$

9) Δίπλα από κάθε πρόταση να γράψετε « σωστό » η « λάθος » .

α) $\sqrt{36\cdot 9}$ = $\sqrt{36}\cdot\sqrt{9}$ … σωστό ………….. β) $\sqrt{16-9}=4-3$ .. λάθος..............

γ) $\sqrt{-25}=-5$ … λάθος ……….. δ) $\sqrt{9a^2}$ = 9α … λάθος…………….

ε) $\sqrt{5}+\sqrt{2}=\sqrt{7}$ ....λάθος................ ζ) Ο αριθμός $\sqrt{3}$ είναι άρρητος … σωστό

η) 2$\sqrt{3}$ + 5 + $\sqrt{3}$ = 7$\sqrt{3}$ …λάθος……. θ) $\left(\sqrt{10}\right)^2=\sqrt{(-10)^2}$ ….σωστό......……….

ι) $\sqrt{(-5)^2}=-5$ .. λάθος................. κ) $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ …σωστό........

10) Να συμπληρώσετε τα κενά με τα σύμβολα <, >, =.

α) $\sqrt{6}=\sqrt{\frac{24}{4}}$, β) $\sqrt{15}<4,0$, γ) $\frac{7}{3}>\sqrt{3}$, δ) $\frac{\sqrt[3]{81}}{\sqrt[3]{3}}$ = 3

11) α) Να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A=\sqrt{\sqrt{25}+\sqrt{24+25}+4\cdot\sqrt{8-\sqrt{48+\sqrt{8-\sqrt{49}}}}}=\sqrt{5+\sqrt{49}+4\cdot\sqrt{8-\sqrt{48+\sqrt{8-7}}}}=$$

$$=\sqrt{5+7+4\cdot\sqrt{8-\sqrt{48+\sqrt{1}}}}=\sqrt{12+4\cdot\sqrt{8-\sqrt{48+1}}}=\sqrt{12+4\cdot\sqrt{8-\sqrt{49}}}=$$

$$=\sqrt{12+4\cdot\sqrt{8-7}}=\sqrt{12+4\cdot\sqrt{1}}=\sqrt{12+4}=\sqrt{16}=4$$

β)

i) Να αποδείξετε ότι μ = 12

$$\mu=\sqrt{1+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{15+\sqrt{100}}}}}\cdot\sqrt{18}=\sqrt{1+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{15+10}}}}\cdot\sqrt{18}=$$

$$=\sqrt{1+\sqrt{43+\sqrt{31+\sqrt{25}}}}\cdot\sqrt{18}=\sqrt{1+\sqrt{43+\sqrt{31+5}}}\cdot\sqrt{18}=\sqrt{1+\sqrt{43+\sqrt{36}}}\cdot\sqrt{18}=$$

$$=\sqrt{1+\sqrt{43+6}}\cdot\sqrt{18}=\sqrt{1+\sqrt{49}}\cdot\sqrt{18}=\sqrt{1+7}\cdot\sqrt{18}=\sqrt{8}\cdot\sqrt{18}=\sqrt{144}=12$$

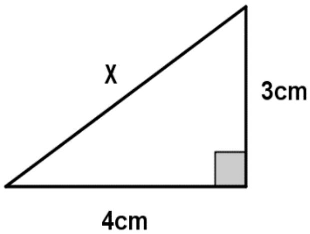
ii) Να προσδιορίσετε τον αριθμό β ώστε η εξίσωση 2χ = βχ — μχ — 3 να είναι αδύνατη.

2χ – βχ + μχ = –3 ⇔ 2χ – βχ + 12χ = –3 ⇔
(14 – β) χ = –3

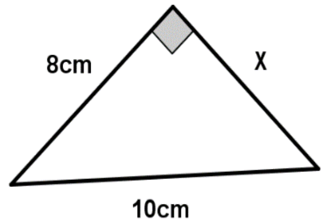
14 – β = 0 ⇔ β = 14

12) Να υπολογίσετε το μήκος χ σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

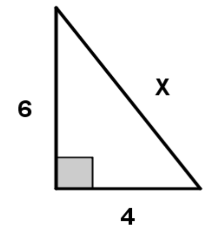
Α)



Β)



Γ)



Α)

$$\chi^2 = 3^2 + 4^2$$
$$\chi^2 = 9 + 16$$
$$\chi^2 = 25$$
$$\chi = \sqrt{25}$$
$$\chi = 5cm$$

Β)

$$10^2 = \chi^2 + 8^2$$
$$100 = \chi^2 + 64$$
$$\chi^2 = 100 - 64$$
$$\chi^2 = 36$$
$$\chi = \sqrt{36}$$
$$\chi = 6cm$$

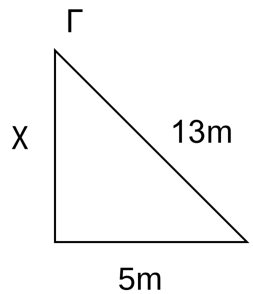
Γ)

$$\chi^2 = 6^2 + 4^2$$
$$\chi^2 = 36 + 16$$
$$\chi^2 = 52$$
$$\chi = \sqrt{52}cm$$

13) Δίνεται το τρίγωνο ΚΛΜ, με πλευρές ΚΛ = 5 cm, ΛΜ = 12 cm και ΚΜ = 13 cm.
Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και να βρείτε την ορθή του γωνία.

$$(ΚΜ)^2 = 13^2 = 169$$
$$(ΚΛ)^2 + (ΛΜ)^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$$
Άρα $(ΚΜ)^2 = (ΚΛ)^2 + (ΛΜ)^2$ ισχύει το Π.Θ

Άρα το $\overset{\Delta}{ΚΛΜ}$ είναι ορθογώνιο με $\hat{Λ} = 90^0$

14) 

ΑΒΓ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{A} = 90^0$, ΑΒ = 5m , ΒΓ = 13m
Να υπολογίσετε : α) την πλευρά ΑΓ
β) το εμβαδό του τριγώνου
γ) την περίμετρο του τριγώνου

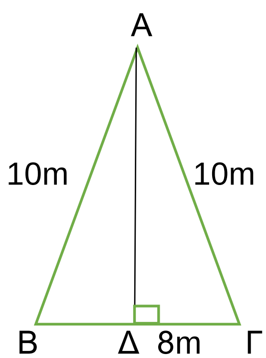
Π.Θ $13^2 = \chi^2 + 5^2$
$169 = \chi^2 + 25$
$\chi^2 = 169 - 25$
$\chi^2 = 144$
$\chi = \sqrt{144}$
$\chi = 12$

ΑΓ =12m

$$\mathrm{E} = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{5 \cdot 12}{2} = 30m^2$$

$$\Pi = \mathrm{AB} + \mathrm{A\Gamma} + \mathrm{B\Gamma} = 5 + 12 + 13 = 30m$$

15) Δίνετε ΑΒΓ ισοσκελές τρίγωνο με ΑΒ = ΑΓ = 10m και ΒΓ= 16m .
Να υπολογίσετε : α) το ύψος ΑΔ του τριγώνου
β) το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ
γ) την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ



ΒΓ = 16 $\Leftrightarrow$ ΔΓ = 8m

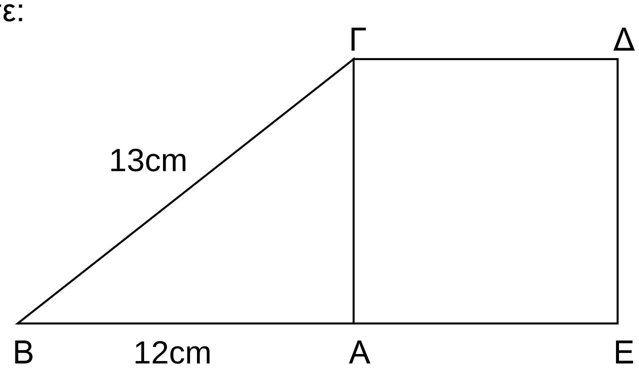
Π.Θ $10^2 = \chi^2 + 8^2$
$100 = \chi^2 + 64$
$\chi^2 = 100 - 64$
$\chi^2 = 36$
$\chi = \sqrt{36}$
$\chi = 6m$ ΑΔ = 6m

$$\mathrm{E} = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{(\mathrm{B\Gamma}) \cdot (\mathrm{A\Delta})}{2} = \frac{16 \cdot 6}{2} = 48m^2$$

$$\Pi = \mathrm{AB} + \mathrm{A\Gamma} + \mathrm{B\Gamma} = 10 + 10 + 16 = 36m$$

16) Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με ΑΒ=12 cm και ΒΓ=13 cm και το ΑΓΔΕ είναι τετράγωνο. Να υπολογίσετε:

α) την πλευρά ΑΓ
β) το εμβαδό του τετραγώνου ΑΓΔΕ



α)

Π.Θ $13^2 = \chi^2 + 12^2$

$169 = \chi^2 + 144$

$\chi^2 = 169 - 144$

$\chi^2 = 25$

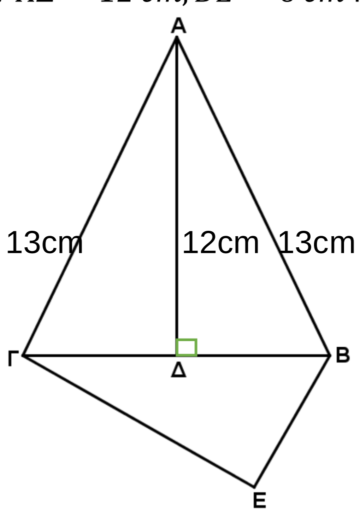
$\chi = \sqrt{25}$

$\chi = 5cm$

ΑΓ = 5cm

β) $E = (A\Gamma)^2 = 5^2 = 25cm^2$

17) Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma = 13\ cm$ και $A\Delta$ διάμεσος. Αν $A\Delta = 12\ cm, BE = 6\ cm$ και $\Gamma E = 8\ cm$, να ελέγξετε αν το τρίγωνο $B\Gamma E$ είναι ορθογώνιο.



Π.Θ $13^2 = (B\Delta)^2 + 12^2$

$169 = (B\Delta)^2 + 144$

$(B\Delta)^2 = 169 - 144$

$(B\Delta)^2 = 25$

$B\Delta = \sqrt{25}$

$B\Delta = 5cm$

$B\Delta = 5cm \Leftrightarrow B\Gamma = 10cm$

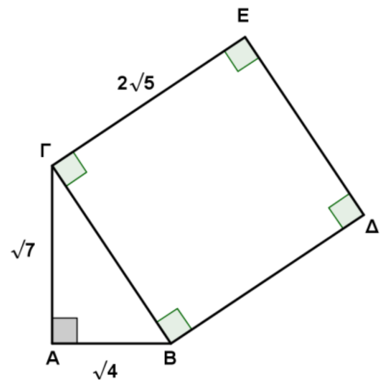
$(B\Gamma)^2 = 10^2 = 100$

$(\Gamma E)^2 + (EB)^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

Άρα $(B\Gamma)^2 = (\Gamma E)^2 + (EB)^2$ ισχύει το Π.Θ

Άρα το $\overset{\Delta}{\Gamma E B}$ είναι ορθογώνιο με $\hat{E} = 90^0$

18) Να βρείτε το εμβαδόν και τη περίμετρο του πιο κάτω σχήματος.



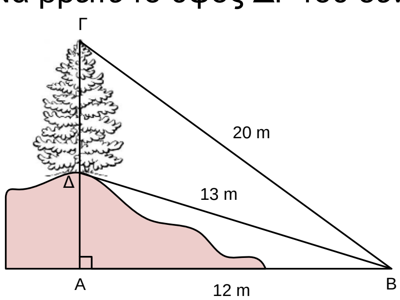
$$\text{Π.Θ} \quad (\text{ΒΓ})^2 = (\text{ΑΒ})^2 + (\text{ΑΓ})^2 \Leftrightarrow (\text{ΒΓ})^2 = \left(\sqrt{4}\right)^2 + \left(\sqrt{7}\right)^2$$

$$(\text{ΒΓ})^2 = 4 + 7 \Leftrightarrow (\text{ΒΓ})^2 = 11 \Leftrightarrow \text{ΒΓ} = \sqrt{11}cm$$

$$\text{Ε} = \text{Ε}_{\tau\rho} + \text{Ε}_{o\rho\theta} = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} + \alpha \cdot \beta = \frac{\sqrt{4}\cdot\sqrt{7}}{2} + 2\sqrt{5}\cdot\sqrt{11} = \left(\frac{\sqrt{28}}{2} + 2\sqrt{55}\right)cm^2$$

$$\Pi = \text{ΑΒ} + \text{ΑΓ} + \text{ΒΔ} + \text{ΕΔ} + \text{ΓΕ} = \sqrt{4} + \sqrt{7} + 2\sqrt{5} + \sqrt{11} + 2\sqrt{5} = \left(\sqrt{4} + \sqrt{7} + \sqrt{11} + 4\sqrt{5}\right)cm$$

19) Να βρείτε το ύψος ΔΓ του δέντρου που βρίσκεται στην κορυφή του λόφου.



$$\text{Π.Θ} \quad 13^2 = (\text{ΑΔ})^2 + 12^2$$
$$169 = (\text{ΑΔ})^2 + 144$$
$$(\text{ΑΔ})^2 = 169 - 144$$
$$(\text{ΑΔ})^2 = 25$$
$$\text{ΑΔ} = \sqrt{25}$$
$$\text{ΑΔ} = 5m$$

$$\text{Π.Θ} \quad 20^2 = (\text{ΑΓ})^2 + 12^2$$
$$400 = (\text{ΑΓ})^2 + 144$$
$$(\text{ΑΓ})^2 = 400 - 144$$
$$(\text{ΑΓ})^2 = 256$$
$$\text{ΑΓ} = \sqrt{256}$$
$$\text{ΑΓ} = 16m$$

Το ύψος του δέντρου είναι: ΓΔ =ΑΓ – ΑΔ =16 – 5 = 11m

20) Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές: ΑΒ = $\sqrt{3-\sqrt{7-\sqrt{9}}}$, ΑΓ= $\sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}$ και

ΒΓ= $\sqrt{9-\sqrt{21+\sqrt{16}}}=$ (μ.3)

α) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών ΑΒ , ΑΓ , ΒΓ.

$$AB=\sqrt{3-\sqrt{7-\sqrt{9}}}=\sqrt{3-\sqrt{7-3}}=\sqrt{3-\sqrt{4}}=\sqrt{3-2}=\sqrt{1}=1$$

$$A\Gamma=\sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}=\sqrt{\sqrt{9}}=\sqrt{3}$$

$$B\Gamma=\sqrt{9-\sqrt{21+\sqrt{16}}}=\sqrt{9-\sqrt{21+4}}=\sqrt{9-\sqrt{25}}=\sqrt{9-5}=\sqrt{4}=2$$

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές ΑΒ , ΑΓ και ΒΓ είναι ορθογώνιο.
γ) Να βρείτε την ορθή γωνία.

$$(B\Gamma)^2=2^2=4$$

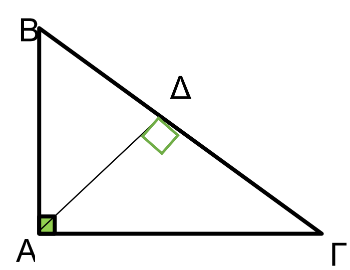
$$(AB)^2+(A\Gamma)^2=1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2=1+3=4$$

Άρα $(B\Gamma)^2=(AB)^2+(A\Gamma)^2$ ισχύει το Π.Θ $\Leftrightarrow$ το $\overset{\Delta}{AB\Gamma}$ είναι ορθογώνιο, με $\hat{A}=90^0$

21) Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{A}=90^0$,

ΒΓ = $\left(+\frac{1}{5}\right)^{-2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(-\frac{1}{7}\right)^{-1}$ cm και ΑΒ = $\sqrt{38-\sqrt[3]{8}}$ cm

Να βρείτε:
i) τα μήκη των πλευρών ΑΒ και ΒΓ,
ii) το εμβαδόν του τριγώνου,
iii) το ύψος του τριγώνου που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.



α) ΒΓ = $\left(+\frac{1}{5}\right)^{-2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(-\frac{1}{7}\right)^{-1}=(+5)^2+(-2)^3+(-7)^1=25+(-8)+(-7)=25+(-15)=10$

ΑΒ = $\sqrt{38-\sqrt[3]{8}}=\sqrt{38-2}=\sqrt{36}=6$

ΑΒ = 6cm , ΒΓ = 10cm , ΑΓ =?

Π.Θ $10^2 = \chi^2 + 6^2$

$100 = \chi^2 + 36$

$\chi^2 = 100 - 36$

$\chi^2 = 64$

$\chi = \sqrt{64}$

$\chi = 8cm$ ΑΓ = 8cm

β) $E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24cm^2$

γ) $E = \frac{\beta \cdot \upsilon}{2} = \frac{(B\Gamma) \cdot (A\Delta)}{2}$

$24 = \frac{10 \cdot (A\Delta)}{2} \Leftrightarrow 24 = 5 \cdot (A\Delta) \Leftrightarrow$

$A\Delta = \frac{24}{5} \Leftrightarrow A\Delta = 4,8cm$

22) Ένα τρίγωνο έχει πλευρές τις τιμές των παραστάσεων α, β και γ. Να υπολογίσετε τις τιμές των α, β, γ και να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

$$\alpha = (-3)^{12} \div (-3)^{10} + (+4)^{-2} \cdot \left(+\frac{1}{4}\right)^{-3} + (3-5)^3 \ , \ \beta = \sqrt{10 + \sqrt{6 + 3 \cdot \sqrt[3]{1000}}} \ , \ \gamma = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} - \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}$$

$$\alpha = (-3)^{12} \div (-3)^{10} + (+4)^{-2} \cdot \left(+\frac{1}{4}\right)^{-3} + (3-5)^3 = (-3)^2 + \left(+\frac{1}{4}\right)^2 \cdot (+4)^3 = 9 + \frac{1}{\cancel{16}} \cdot \cancel{64} = 9 + 4 = 13$$

$$\beta = \sqrt{10 + \sqrt{6 + 3 \cdot \sqrt[3]{1000}}} = \sqrt{10 + \sqrt{6 + 3 \cdot 10}} = \sqrt{10 + \sqrt{6 + 30}} = \sqrt{10 + \sqrt{36}} = \sqrt{10 + 6} = \sqrt{36} = 6$$

$$\gamma = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} - \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt{\frac{50}{2}} - \sqrt[3]{4 \cdot 2} = \sqrt{25} - \sqrt[3]{8} = 5 - 2 = 3$$

$\alpha^2 = 13^2 = 169$

$\beta^2 + \gamma^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$

Άρα $\alpha^2 \neq \beta^2 + \gamma^2$ δεν ισχύει το Π.Θ

Άρα το τρίγωνο δεν είναι ορθογώνιο.